机械故障诊断学的理论及其应用

第三讲 信号的特征分析与特征量选择
Topic 3 Feature Analysis of Signal

（东南大学 设备与系统故障诊断研究所）

摘要 信号的特征分析是运用各种现代科学方法对观测数据进行分析研究，寻找各特征量的变化规律；然后选择对工况状态最敏感的特征量以诊断故障，即所谓的去伪存真，去粗取精。本文主要介绍了时域、频域以及新近发展的时频域分析方法。

关键词：特征信号，时间序列，谱

由于检测到机器的信号是随机的，这种信号蕴含了系统状态的重要信息。但人们很难直接地从它外部变化，观察出系统内部的规律，而必须采用各种现代科学手段对其进行处理，才能找出它的内在规律。具体可分为两步：首先选用合适的传感器、仪器和分析方法，研究各特征量的变化规律，达到**去伪存真**的目的；然后，选择对工况状态最敏感的特征量达到**去粗取精**的目的，这就是特征分析和特征量选择的意义，它是工况监视与故障诊断的重要步骤。特征分析的结果是否正确、可靠，特征量的选择是否合理，在很大程度上决定了状态识别的正确性。

特征分析的方法几乎包括现代所有的信息处理技术能提供的手段，如数字信号处理、时间序列分析、信息理论、图象识别及应用数学等。本文主要介绍在故障诊断领域常用的方法原理及其应用，具体应用在今后讲座中介绍。

1、时域分析

1）随机过程的基本概念

机器的振动、温度、压力等参数的变化过程等均可看作随机过程的一次实现或样本函数，它可理解为对随机过程进行一次观测所得到的结果。若对随机过程独立地进行n 次观测，则每次观测到的结果是互不相同的，它们都是时间的函数[2]。

在工况监视与故障诊断中，由测试设备记录到的振动、温度、压力等各种信号一般是连续信号，需经过上一讲介绍的模数转换后才能将连续信号转换为离散信号，即时间序列。

2）统计特征分析

由于测试信号是随机的，通常不能直观地反映系统状态的变化，有必要对测试信号进行分析处理，以找到反映其统计规律的的特征量。若时间序列满足平稳性和遍历性假设[2，3]，统计分析根据观测样本对时间序列的各种数字特征或分布函数作出某种切合实际的估计。

设$\{x_t;\ t=1,\cdots,N\}$为平稳遍历时间序列，则有：

- 均值：$$\mu=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}x_t$$
- 方差：$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(x_t-\mu)^2$$
- 自协方差函数 $$r(k)=\frac{1}{N-k}\sum_{t=k+1}^{N}x_t x_{t-k}$$
- 偏度系数 $$g_1=\sqrt{\frac{1}{6N}\sum_{t=1}^{N}\left(\frac{x_t-\mu_t}{\sigma_t}\right)^3}$$

➢ 峭度系数 $g_2=\sqrt{\frac{N}{24}}\left[\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(\frac{x_t-\mu_t}{\sigma_t}\right)^4-3\right]$

偏度系数和峭度系数都是反映时间序列分布特性的数值统计量，可分别看作无量纲的三阶和四阶中心矩的统计估计。对于正态分布的时间序列，恒有 $g_1=g_2=0$。因此在工程应用中，可用偏度系数和峭度系数判别观测信号的正态性。

许多统计分析的结果都可以作为特征量，其优点是计算简单，便于实时检测，在工况监视中，常用于判别工况正常与异常，并且能表征信号的某些物理本质。例如概率密度函数能说明观测数据的分布特性，在正常工况下，测试值的概率密度函数一般是正态的，它表示观测数据集中在均值附近，并且其变化范围对称于均值分布，如果工况异常，分布状态便将发生变化，根据偏度和峭度系数，便可确定工况状态。

3）时域模型分析及其在故障诊断中的应用

由于动态过程十分复杂，人们很难从观测数据直接分析系统的变化规律，虽然数学模型不等同于客观系统，但它能对系统作最本质的描述，便于人们方便地应用数学工具，分析和认识客观过程的特征，尤其是人们所关心的那些特征，以便更深刻、更集中地了解过程的规律，判断工况状态的变化趋势及状态的属性。除此之外，模型通常还可以用于对系统的未来状态和发展趋势进行预报和控制。因此研究动态系统时域模型的方法，将会给工况监视与故障诊断带来便利。

（1）时间序列模型

在机械设备运行过程中，观测数据（即系统的输出）是随机过程，其输入无法确知，而且机械系统相互藕合，十分复杂。传统的控制理论和系统辨识方法难以用于机器状态的监视与诊断。在这种场合下，时间序列模型则具有无可比拟的优势。

自回归滑动平均(*Autoregressive Moving Average*)模型简称*ARMA*模型可以描述零均值平稳正态时间序列，这类模型具有广泛的代表性。*ARMA*(*n*,*m*)模型可用如下的随机差分方程描述

$$x_t-\sum_{i=1}^{n}\varphi_i x_{t-i}=a_t-\sum_{j=1}^{m}\theta_j a_{t-j} \qquad (1)$$

其中*n*, *m*分别称为模型的自回归部分(*AR*)和滑动平均部分(*MA*)的阶次；$\varphi_i(i=1,\cdots,n)$, $\theta_j(j=1,\cdots,m)$ 为模型参数，$\{a_t\}$ 为零均值白噪声序列。若 $m=0$，即不考虑 $\{a_{t-j}\}$，$j=1,2,\ldots$ 对数据序列的影响，则称之为自回归模型（简称*AR*(*n*)模型）：

$$x_t-\sum_{i=1}^{n}\varphi_i x_{t-i}=a_t \qquad (2)$$

（2）模型的特征值

与控制理论和系统辨识的传递函数一样，*ARMA*模型的自回归部分反映了该序列的特性。若其特征根 $\lambda_i(i=1,\cdots,n)$ 有

$$|\lambda_i|<1,\ \ i=1,\cdots,n \qquad (3)$$

则说明该模型所描述的时间序列平稳。

时间序列模型的稳定性与系统的稳定性有着必然的联系。一般说来，若系统处于正常工况下的稳定状态，则系统的响应为平稳过程，这种稳定性必然反映在描述系统特性的时序模型中。因此可以应用时间序列模型的稳定性条件，通过分析模型的稳定性来判别机械设备、制造过程的工况属性。

（3）工况状态变化趋势性及其预报

预报是根据当前及以前的观察数据对未来值的预测。对于式（2）所示的AR（*n*）模型，其一步预报值为：

$$\hat{x}_t(1)=\varphi_1 x_t+\varphi_2 x_{t-1}+\cdots+\varphi_n x_{t+1-n} \qquad (4)$$

依次类推，其 k 步预报值为：

$$\hat{x}_t(k)=\varphi_1 x_{t+1-k}+\varphi_2 x_{t-k}+\cdots+\varphi_n x_{t+1-n-k} \qquad (5)$$

对于$ARMA$模型可以有类似的结论[3]。$ARMA$模型只适用于平稳线性时间序列，但机械设备的测试信号往往包含非平稳趋势，这种非平稳趋势反映设备运行工况的变化。比较典型的非平稳趋势有线性趋势、多项式趋势、周期趋势等，同一序列也可能含有几种不同的非平稳趋势。这类模型的建模方法及其预报可参考时间序列分析的有关论著。而对于非正态序列，应采用非线性时序模型，常用的有门限自回归模型、指数自回归模型、双线性模型和状态依赖模型等。

（4）时间序列的线性/非线性（正态/非正态）检验[5]

机械系统响应序列的分布特性往往直接反映系统的工况属性，一般说来，正常工况下处于稳态工作状态的系统，其响应序列是平稳正态的。因此时间序列的正态/非正态检验是工况监视与故障诊断中值得探讨的问题。

如果对时间序列建模的目的是为了预报，则正态性与线性具有等同的意义，因此这里对正态/非正态检验与线性/非线性检验这两个概念不加以严格的区分。目前时间序列的正态性检验已有不少研究结果，这里介绍高阶矩检验方法。

在一些弱假设条件下，平稳线性时间序列$\{x_t\}$可表示成如下式（2）的$AR(n)$模型。以x_{t-k}乘式(2)两边并取数学期望，可得著名的Yule-Walker方程：

$$R(k)=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i R(k-i),\quad k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots \tag{6}$$

同样地，对于式（2）所示 AR 模型在等式两边同乘 $x_{t-k}x_{t-l}x_{t-m}$ 并取数学期望，可得高阶 Yule-Walker 方程：

$$R(-k,-l,-m)=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i R(i-k,i-l,i-m)+E(\varepsilon_t x_{t-k}x_{t-l}x_{t-m}),\quad k,l,m\geq 0 \tag{7}$$

对于平稳线性时间序列，若采用$AR(n)$模型进行拟合，则由四阶矩Yule-Walker方程以及二阶矩Yule-Walker均可以得到模型参数的一致估计，也就是说，由两种方法得到的参数估计结果是相同的，对于非线性序列两种方法则得到相异的结果。因此，可以通过检验估计出的模型参数的相关性判别正态性。

2、频域分析

1）傅里叶变换

假设时域函数$x(t)$是非周期的，并且在实数域上满足绝对可积条件。则有傅里叶积分[4]：

$$X(f)=\mathrm{F}[x(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j2\pi f}dt \tag{8}$$

$X(f)$为$x(t)$的傅里叶变换。其反变换为：

$$x(t)=\mathrm{F}^{-1}[X(f)]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{X(f)}e^{\mathrm{j}2\pi f}df \tag{9}$$

称$|A_n|\sim\omega$的关系为幅值谱。离散傅里叶变换是谱分析的重要手段，它在工程领域中具有十分重要的作用，在工况监视与故障诊断中，离散傅里叶变换的结果也是占有核心位置的特征信息之一。它可以把观测信号在频域逐一分解，根据线性系统的频率保持特性[4]，每一个观测信号的频率分量必然对应有相同频率的输入，由此可以找出故障的原因。目前广泛应用的算法是离散傅里叶变换的快速计算方法，简称快速傅里叶变换。

2）随机信号的功率谱

由于随机信号一般不具备绝对可积条件，因此通常不能直接进行傅里叶变换。但是正如同在时域中有自相关函数和互相关函数一样，随机信号在频域中有自功率谱和互功率谱。自相关函数与自功率谱密度函数互为傅里叶变换对。平稳随机过程$\{x_t\}$的自功率谱密度函数S_{xx}定义为：

$$S_{xx}(f)=\int_{-\infty}^{\infty}r_{xx}(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \tag{10}$$

其中自相关函数$r_{xx}(\tau)$的定义见式（3）。互相关函数与互功率谱互密度函数也为傅里叶变

换对。

3）倒谱

倒谱分析也称为二次频谱分析，是检测复杂谱图中周期分量的有力工具。若已知时域信号$x(t)$的功率谱为$S(f)$，则定义它的倒频谱为

$$C_p(\tau)=\mathrm{F}^{-1}[\ln S(f)] \tag{11}$$

即倒谱为功率谱的对数值的傅里叶逆变换。由定义易见，倒谱函数的自变元τ与自相关函数的自变元具有相同的量纲，称τ为倒频率。

工程上实测的振动、噪声信号往往不是振源信号本身，而是振源或音源信号$x(t)$，经过传递系统$h(t)$到测点输出信号$y(t)$，$x(t)$、$h(t)$与$y(t)$呈如下卷积关系

$$y(t)=x(t)*h(t)=\int_0^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau \tag{12}$$

于是有

$$S_{yy}(f)=S_{xx}(f)\cdot|H(f)|^2 \tag{13}$$

由倒谱的定义可得

$$C_y(\tau)=C_x(\tau)+C_h(\tau) \tag{14}$$

上式表明，时域中信号的卷积关系在倒谱上表现为信号迭加。因此，在机械故障诊断系统中，当机械故障信号的频谱图出现难以识别的多族调制边频时，应用倒谱分析技术，可以分解和识别故障频率，分析和诊断产生故障的原因。在齿轮箱和滚动轴承的故障诊断中，倒谱分析技术有广泛的应用。

3、时频域分析

1）从傅里叶变换到小波变换

如前所述，傅里叶变换可以将时域信号变换到频域中的谱。就振动分析来说，各频段的谱分量可以告诉我们信号的各个组成部分，表征着信号的不同来源和不同特征。频谱估计现已成为故障诊断领域中十分重要的特征分析工具。但是，傅里叶变换的不足之处在于它只适用于稳态信号分析，而非稳态信号在工程领域中是广泛存在的，例如变速机械的振动、故障的发生发展过程等。加窗傅里叶变换是为了适应非稳态信号分析发展起来的一种改进方法，时域信号$f(t)$的加窗傅里叶变换如下：

$$G(\omega,\tau)=\int_R f(t)g(t-\tau)e^{i\omega t}dt \tag{15}$$

其中$g(t-\tau)$为窗函数，τ为可变参数，变动τ可控制窗函数沿时间轴平移，以实现信号$f(t)$的按时逐段分析。但在实际应用中，要求对低频信号采用宽时窗，高频信号采用窄时窗，以提高谱线分辨率。小波分析正是为适应这一要求发展起来的一种信号分析方法，其基本思想是采用时窗宽度可调的小波函数替代式（15）中的窗函数。

2）小波函数及积分小波变换

小波变换的基函数即小波函数可选择为如下形式的函数：

$$w_{s,\tau}(t)=\frac{1}{\sqrt{s}}w\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \tag{16}$$

相应的积分小波变换和反变换分别为：

$$a(s,\tau)=\frac{1}{\sqrt{s}}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)w_{s,\tau}^*(t)dt \tag{17}$$

$$f(t)=\frac{1}{C_\omega}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{a(s,\tau)w_{s,\tau}(t)}{s^2}dsd\tau \tag{18}$$

如果小波函数$w(t)$的时窗宽度为Δt，经傅里叶变换后谱$W(\omega)$的频窗宽度为$\Delta\omega$，则$w(t/s)$的时窗宽度为$s\Delta t$，其频谱$W(s\omega)$的频窗宽度为$\Delta\omega/s$。因此，小波变换对低频信号（s相对较小）在频域中有很好的分辨率，而对高频信号（s相对较大）在时域中又有很好的分辨率。如果变动式（16）中的s和τ，则可得到一族小波函数。s的变动使函数拉伸或压缩，

形成不同“级”的小波；τ的变动使函数平移，形成不同“位”的小波。将待分析信号$f(t)$按该函数族分解，则根据展开系数就可以知道$f(t)$在某一局部时间内位于某局部频段的信号成分有多少，从而实现可调窗口的时、频局部分析。

3）小波分解

正如傅里叶变换可分为积分傅里叶变换和离散傅里叶变换一样，小波变换也包含积分小波变换和离散小波变换，它们分别应用于连续信号和数字信号的分析。离散小波变换也称小波分解，即将数字信号分解成一族小波函数的叠加。使人们可以分析信号在特定的时、频窗范围内的细节。对于数字信号分析，s和τ的变动应依据一定的离散规则，最常用的是二进离散，即参数s按二进规则$\cdots,2^{-k},\cdots,2^{-1},2^{0},2^{1},\cdots,2^{k},\cdots$取值，$\tau$等间隔取值。数字信号$f(t)$的二进小波分解的数学表达式如下

$$\begin{aligned} f(t) &= a_{\varphi}\varphi(t) + a_0 w(t) + a_{1,0} w(2t) + a_{1,1} w(2t-1) \\ &\quad + a_{2,0} w(4t) + a_{2,1} w(4t-1) + a_{2,2} w(4t-2) + a_{2,3} w(4t-3) \\ &\quad + a_{3,0} w(8t) + \cdots + a_{3,7} w(8t-7) + \cdots + a_{k,l} w\left(2^{j} t - l\right) + \cdots \end{aligned} \tag{19}$$

其中$a_{\varphi}\varphi(t)$表示$f(t)$的直流分量，零级小波只有$w(t)$一项，二级小波由$w(2t)$与$w(2t-1)$两个移位小波叠加组成，依此类推，k级小波由2^{k}个移位小波$w\left(2^{k} t - l\right)$; $l = 0,1,\cdots,2^{k}-1$叠加组成。每级小波实际上代表着不同倍频程段内的信号成分，所有频段正好不相交地布满整个频率轴，因此小波分解可以实现频域局部分析。另一方面，由于各级小波为多个移位小波加权和，各移位小波的系数又反映了相应频段的信号在各时间段上的信息，即同时实现了时域局部分析。

4）基于小波或小波包分解的故障诊断

对机械设备故障诊断来说，由于以下原因，使傅里叶分析的应用受到限制：

1) 由于机器转速不稳、负荷变化以及机器故障等原因产生的冲击、摩擦导致非平稳振动信号的产生；

2) 由于机器各零部件的结构不同，致使振动信号所包含的不同零部件的故障频率分布在不同的频道范围内。特别是当机器隐藏有某一零部件的早期微弱缺陷时，它的缺陷信息被其它零部件的振动信号和随机噪声所淹没。

对于这类问题，小波分析方法具有无可比拟的优点。由于小波分解尤其是小波包分解技术能够将任何信号（平稳或非平稳）分解到一个由小波伸缩而成的基函数族上，信息量完整无缺，在通频范围内得到分布在不同频道内的分解序列，在时域和频域均具有局部化的分析功能。因此，可根据故障诊断的需要选取包含所需零部件故障信息的频道序列，进行深层信息处理以查找机器故障源。

参考文献

1 钟秉林，黄仁、贾民平等. 机械故障诊断学，北京：机械工业出版社，1997 年 12 月

2 《数学手册》编写组. 数学手册，北京：高等教育出版社，1979 年 5 月

3 杨位钦、顾岚. 时间序列分析与动态数据建模，北京：北京工业学院出版社，1986 年 12 月

4 黄长艺、严普强. 机械工程测试技术基础（第 2 版），北京：机械工业出版社，1995 年 2 月

5 贾民平, 钟秉林, 黄仁. 一种随机振动模型结构辨识方法，振动工程学报，1995，8(3)：264-268

6 Charles K. Chui. An Introduction to Wavelets, Academic Press, 1992. 中译本 崔锦泰. 小波分析导论，西安交通大学出版社，1995 年 1 月

7 Wu, Y. and Du, R. Feature extraction and assessment using wavelet packets for monitoring of machining processes, *Mechanical Systems and Signal Processing*, , 1996, 10(1):29 ~ 53.

8 Newland, D. E., *An introduction to Random vibrations, spectral and wavelet analysis*, Longman Scientific & Technical, England, 1993.